

131

324(FD)

2024

गणित

समय : तीन घण्टे 15 मिनट |

| पूर्णांक : 100

नोट : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Note : First 15 minutes are allotted for the candidates to read the question paper.

- निर्देश :
- इस प्रश्नपत्र में कुल नौ प्रश्न हैं।
  - सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
  - प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।
  - प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
  - प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
  - जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

Instructions :

- There are in all *nine* questions in this question paper.
- All questions are compulsory.
- In the beginning of each question, the number of parts to be attempted are clearly mentioned.
- Marks allotted to the questions are indicated against them.
- Start solving from the first question and proceed to solve till the last one.
- Do not waste your time over a question which you cannot solve.

14000/1447

[ Turn over

1. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

सही विकल्प चुनकर अपनी उत्तर पुस्तिका में लिखिए :

क) एक सम्बन्ध  $R = \{(a, b) : a = b - 2, b \geq 6\}$  समुच्चय  $N$  में परिभाषित है तो सही उत्तर होगा

i)  $(2, 4) \in R$

ii)  $(3, 8) \in R$

iii)  $(6, 8) \in R$

iv)  $(8, 7) \in R$

1

ख) फलन  $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  का मुख्य मान है

i)  $\frac{\pi}{2}$

ii)  $\frac{\pi}{3}$

iii)  $\frac{\pi}{4}$

iv)  $\frac{2\pi}{3}$

1

ग) सारणिक  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$  का मान होगा

i) 16

ii) 18

iii) 15

iv) 13

1

घ) फलन  $\sin(x^2 + 5)$  का  $x$  के सापेक्ष अवकल गुणांक होगा

i)  $2x \cos(x^2 + 5)$

ii)  $2x \sin(x^2 + 5)$

iii)  $\cos(x^2 + 5)$

iv) इनमें से कोई नहीं

1

ङ) आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  तथा  $A + A' = I$  तो  $\alpha$  का मान होगा

i)  $\frac{\pi}{6}$

ii)  $\frac{\pi}{3}$

iii)  $\pi$

iv)  $\frac{3\pi}{2}$

1

1. Do all the parts of the following :

Write the correct alternative of each part in your answer-book :

a) A relation  $R = \{(a, b) : a = b - 2, b \geq 6\}$  is defined on the set  $N$ , then the correct answer will be

i)  $(2, 4) \in R$

ii)  $(3, 8) \in R$

iii)  $(6, 8) \in R$

iv)  $(8, 7) \in R$

1

- b) The principal value of the function  $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  will be
- |                      |                      |   |
|----------------------|----------------------|---|
| i) $\frac{\pi}{2}$   | ii) $\frac{\pi}{3}$  |   |
| iii) $\frac{\pi}{4}$ | iv) $\frac{2\pi}{3}$ | 1 |
- c) The value of the determinant  $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -1 \end{vmatrix}$  will be
- |         |        |   |
|---------|--------|---|
| i) 16   | ii) 18 |   |
| iii) 15 | iv) 13 | 1 |
- d) The differential coefficient of the function  $\sin(x^2 + 5)$  w.r.t.  $x$  will be
- |                       |                        |   |
|-----------------------|------------------------|---|
| i) $2x \cos(x^2 + 5)$ | ii) $2x \sin(x^2 + 5)$ |   |
| iii) $\cos(x^2 + 5)$  | iv) none of these      | 1 |
- e) If matrix  $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$  and  $A + A' = I$ , then the value of  $\alpha$  will be
- |                    |                      |   |
|--------------------|----------------------|---|
| i) $\frac{\pi}{6}$ | ii) $\frac{\pi}{3}$  |   |
| iii) $\pi$         | iv) $\frac{3\pi}{2}$ | 1 |

2. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) वक्र  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  का बिन्दु  $(2, -1)$  पर  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। 1
- ख) फलन  $\sin mx$  का  $x$  के सापेक्ष अवकलन कीजिए। 1
- ग) दो सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  के बीच का कोण  $0$  है तथा  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$  दिया है तो  $0$  का मान ज्ञात कीजिए। 1
- घ) अवकल समीकरण  $\frac{d^3y}{dx^3} + x^2 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0$  की कोटि ज्ञात कीजिए। 1
- ङ)  $\int x^2 e^{x^3} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 1

2. Do all the parts of the following :

a) Find the value of  $\frac{dy}{dx}$  of the curve  $x = t^2 + 3t - 8$ ,  $y = 2t^2 - 2t - 5$  at the point  $(2, -1)$ . 1

b) Differentiate the function  $\sin mx$  with respect to  $x$ . 1

c) The angle between two vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  is  $\theta$  and  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$  is given. Find the value of  $\theta$ . 1

d) Find the order of the differential equation

$$\frac{d^3y}{dx^3} + x^2 \left( \frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + \frac{dy}{dx} + y = 0. \quad 1$$

e) Find the value of  $\int x^2 e^{x^3} dx$ . 1

3. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क) अवकल समीकरण  $y \log y dx - x dy = 0$  को हल कीजिए। 2

ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  और  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  तो  $AB$  तथा  $BA$  ज्ञात कीजिए। 2

ग) सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = x^2$ ,  $x = 0$  पर संतत है। 2

घ) यदि  $y = x^3 + \tan x$  है तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  ज्ञात कीजिए। 2

3. Do all the parts of the following :

a) Solve the differential equation  $y \log y dx - x dy = 0$ . 2

b) If  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  then find  $AB$  and  $BA$ . 2

c) Prove that the function  $f(x) = x^2$  is continuous at  $x = 0$ . 2

d) If  $y = x^3 + \tan x$ , then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ . 2

4. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

क)  $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$  को हल कीजिए। 2

ख) यदि  $A$  तथा  $B$  दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, जहाँ  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{6}{10}$  हों तो  $P(A \cup B)$  तथा  $P(A \cap B)$  ज्ञात कीजिए। 2

- ग) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  और  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$  हैं। 2
- घ) एक परिवार में दो बच्चे हैं। यदि ज्ञात हो कि बच्चों में से कम से कम एक बच्चा लड़का है, तो दोनों के लड़का होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

4. Do all the parts of the following :

- a) Solve :  $\int \frac{\sin x}{\sin(x+a)} dx$ . 2
- b) If  $A$  and  $B$  are independent events, where  $P(A) = \frac{3}{10}$ ,  $P(B) = \frac{6}{10}$  then find  $P(A \cup B)$  and  $P(A \cap B)$ . 2
- c) Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are  $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$  and  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ . 2
- d) There are two children in a family. If it is known that at least one child is boy in two of them, then find the probability that both the children are boy. 2

5. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :

- क) सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय  $Z$  में  $R = \{(a, b) : (a-b) \text{ 5 का गुणज है} \}$  द्वारा प्रदत्त सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है। 5
- ख) यदि आव्यूह  $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$  तथा आव्यूह  $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  हैं तो  $X$  और  $Y$  आव्यूहों को ज्ञात कीजिए। 5
- ग) यदि  $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$  है तो  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए। 5
- घ) ऐसी दो धन संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 15 है और वर्गों का योग न्यूनतम हो। 5
- ङ)  $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 5

5. Do all parts of the following :

- a) Prove that a relation  $R = \{(a, b) : (a-b) \text{ is a multiple of 5} \}$  is an equivalence relation in the set of integers  $Z$ . 5
- b) If the matrices  $X + Y = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$  and  $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  then find the matrices  $X$  and  $Y$ . 5
- c) If  $y = (\cot x)^{\sin x} + x^x$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . 5

- d) Find such two positive numbers whose sum is 15 and sum of their squares is minimum. 5
- c) Find the value of  $\int \frac{x+2}{2x^2+6x+5} dx$ . 5
6. निम्नलिखित सभी खण्डों को हल कीजिए :
- क) वृत्त  $x^2 + y^2 = a^2$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 5
- ख) यदि बिन्दुओं  $A, B, C$  और  $D$  के स्थिति सदिश क्रमशः  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $2\hat{i} + 5\hat{j}$ ,  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$  हैं तो रेखाओं  $AB$  तथा  $CD$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 5
- ग)  $Z = 4x + y$  का अधिकतम मान आलेख विधि द्वारा निम्नलिखित अवरोधों के अन्तर्गत ज्ञात कीजिए : 5
- $$x + y \leq 50$$
- $$3x + y \leq 90$$
- $$x \geq 0, y \geq 0.$$
- घ) एक पासे को दो बार उछाला गया और प्रकट हुई संख्याओं का योग 6 पाया गया। संख्या 4 के न्यूनतम एक बार प्रकट होने की सप्रतिबंध प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 5
- ङ) अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ; ( $x \neq 0$ ) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 5
6. Do all the parts of the following :
- a) Find the area of the circle  $x^2 + y^2 = a^2$  surrounded by it. 5
- b) If the position vectors of the points  $A, B, C$  and  $D$  are successively  $\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ,  $2\hat{i} + 5\hat{j}$ ,  $3\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\hat{i} - 6\hat{j} + \hat{k}$  then find the angle between the lines  $AB$  and  $CD$ . 5
- c) Find the maximum value of  $Z = 4x + y$  under the following constraints by graphical method : 5
- $$x + y \leq 50$$
- $$3x + y \leq 90$$
- $$x \geq 0, y \geq 0.$$
- d) A die is thrown two times. It is found that the sum of appeared numbers is 6. Find the conditional probability that the number 4 appeared at least one time. 5
- e) Find the general solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ ; ( $x \neq 0$ ). 5

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) आव्यूह विधि द्वारा निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

ख) यदि  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  है तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

8

7. Do any one part of the following :

a) Solve the following system of equations by using matrix method :

8

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

b) If  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 15 & 6 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  then find  $A^{-1}$ .

8

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) i)  $p$  का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएँ  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$  और

$$\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$$
 परस्पर लम्ब हों।

5

ii) दिखाइए कि बिन्दु  $(2, -1, 1)$ ,  $(1, -3, -5)$  तथा  $(3, -4, -4)$  एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

3

ख) दो रेखाओं  $l_1$  और  $l_2$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए जिनके सदिश समीकरण निम्नवत् हैं :

8

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \text{ और } \vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}).$$

8. Do any one part of the following :

a) i) Find the value of  $p$  such that the lines  $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$

and  $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$  are mutually perpendicular. 5

ii) Show that the points  $(2, -1, 1)$ ,  $(1, -3, -5)$  and  $(3, -4, -4)$  are the vertices of a right angled triangle. 3

- b) Find the shortest distance between two lines  $l_1$  and  $l_2$  whose vector equations are  $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$  and  $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ .

8

9. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) समाकल  $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

8

ख)  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

8

9. Do any one part of the following :

a) Find the value of the integral  $\int \frac{x^2 + x + 1}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx$ .

8

b) Find the value of  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ .

8

324(FD) - 98,000

downloaded from  
StudentSuvidha.com